Pairs trading e cointegração: Um modelo de correção de erros com thresholds

Angelo Salton *

26 de abril de 2017

Resumo

Resumo...

Palavras-chave:

Códigos JEL:

Abstract

Abstract...

Keywords:

*Aluno do Programa de Pós-Graduação em Organizações em Mercados (PPGOM) da Universidade Federal de Pelotas.

1 Introdução

O pairs trading é uma estratégia de operações no mercado financeiro baseada em arbitragem estatística, buscando retornos anormais explorando ineficiências de mercado. Historicamente, o pairs trading tem origem na equipe de matemáticos e estatísticos montada pelo *trader* de Wall Street Nunzio Tartaglia, com o objetivo de elaborar métodos automatizados de gestão de carteiras (VIDYAMURTHY, 2004).

O ponto de partida teórico está na chamada Lei do Preço Único, que é um elemento da teoria de precificação de arbitragem (APT) que postula que ativos financeiros com características similares devem apresentar preços de mercado similares. Portanto, desvios desse equilíbrio representam oportunidades de auferir retornos anormais. Sabemos da dificuldade de determinar o valor intrínseco e verdadeiro de um ativo financeiro, em termos absolutos. A vantagem do pairs trading é o fato de que estamos interessados nos preços relativos. Portanto, a estratégia consiste em comprar o ativo desvalorizado e assumir posição vendida no ativo sobrevalorizado, esperando que essa diferença seja corrigida no futuro. Munidos de um modelo de precificação de ativos, podemos determinar um componente residual *(spread)* de uma relação entre os preços de pares de ativos. Esse componente residual representa todos os outros fatores que causam esse desajuste nos preços relativos (de acordo com a Lei do Preço Único), dado o conjunto de informações corrente.

Uma propriedade desejável para uma estratégia de arbitragem é que ela seja *neutra* em relação ao mercado. Ou seja, a performance deve ser estável em momentos de alta e baixa dos mercados acionários. Para isso, os retornos das carteiras de pairs trading e de mercado terão correlação nula. Para montar uma carteira neutra ao mercado, devemos assumir posições compradas e vendidas numa determinada proporção [1] - precisamente a ideia de pairs trading, portanto a estratégia possui neutralidade em relação ao mercado. Essa propriedade também facilita o cálculo dos retornos da estratégia, pois com a neutralidade financeira podemos usar juros simples e os retornos serão a diferença dos *spreads* no tempo.

[1] Espera-se que carteiras compostas apenas com ativos em posições compradas apresentem retornos superiores à média do mercado, e inferiores quando apresentam apenas ativos em posições vendidas.

2 Literatura

Gatev, Goetzmann e Rouwenhorst (2006) implementam a estratégia de pairs trading para o mercado estadunidense com dados diários ao longo de quarenta anos, e deduzem uma série de resultados e hipóteses relevantes. Em primeiro lugar, apontam que a estratégia gerou lucros mesmo levando em conta custos de transação. Ainda, de que os ganhos não se limitam à carteiras restritas à determinados setores. Sobre o perfil de risco das carteiras formadas através de pairs trading, mostrando que a maioria dos retornos anormais provém das posições compradas, revelando uma assimetria no comportamento da reversão à média dos *spreads*. O argumento é de que isso acontece devido ao fato de que os custos de transação associados à manter posições por períodos muito curtos diminuem os lucros dos *traders*. Por fim, a revisão dos dados históricos em Gatev, Goetzmann e Rouwenhorst (2006) mostram que as oportunidades de arbitragem diminuíram ao longo do tempo, possivelmente devido à uma maior atividade nas bolsas de valores.

Para determinar quantitativamente as relações entre os pares a serem negociados, existem métodos baseados em modelagem de processos estocásticos (ELLIOTT; Van Der Hoek; MALCOLM, 2005), distâncias entre ativos (GATEV; GOETZMANN; ROUWENHORST, 2006; PERLIN, 2009) e relações de cointegração (VIDYAMURTHY, 2004; LIN; MCCRAE; GULATI, 2006). A diferença fundamental é que no método da cointegração podemos decompor os retornos dos pares em componentes comuns e específicos de cada ativo, o que no ferramental do APT pode ser interpretado como *fatores de risco* comuns e específicos. Portanto, pares elegíveis devem ter perfis de risco similares, ou seja, existe uma combinação linear não-nula entre os fatores de risco determinísticos dos dois ativos. Para testar a hipótese de cointegração, temos o teste multivariado de Johansen e o teste bivariado de Engle-Granger. Por simplicidade, este último será empregado no presente trabalho. É estimada uma regressão linear entre dois ativos para testar a relação de longo prazo. Se as séries são integradas de mesma ordem, os resíduos dessa regressão deverão ser estacionários. Podemos então usar um teste de raiz unitária para confrontar essa hipótese, neste caso o teste de Dickey-Fuller aumentado.

Essencialmente, se temos duas séries não-estacionárias, e existe uma combinação linear entre essas séries que é estacionária, então temos séries cointegradas. Neste caso, podemos estimar um modelo de correção de erros, que tem como vantagem uma interpretação de desvios de equilíbrio de longo prazo - os nossos *spreads*. Além disso, a velocidade de ajustamento ao equilíbrio pode nos mostrar o tempo ótimo de manutenção das posições de *trading*.

A principal justificativa para a metodologia deste trabalho é a hipótese de cointegração com *thresholds*, introduzida por Balke e Fomby (1997). Ela permite que hajam não-linearidades no processo de ajustamento do equilíbrio de longo prazo, permitindo que os parâmetros autorregressivos e a velocidade de ajustamento seja diferente em cada regime. Na prática, significa dizer que o tempo médio de uma operação de pairs trading sobre dois ativos A, B pode ser diferente se é assumida uma posição comprada ou vendida sobre o ativo A - o que engloba o caso comum onde os pares são ações preferenciais e ordinárias de uma mesma companhia, onde a velocidade da reversão à média depende de qual ação está sobrevalorizada.

Existem estudos que avaliam o pairs trading para o mercado acionário brasileiro (PERLIN, 2009; CALDEIRA, 2013; PONTUSCHKA; PERLIN, 2015). Em especial, Caldeira (2013) emprega a abordagem de cointegração para a seleção dos pares e formação dos *spreads*. Estes trabalhos mostram que o pairs trading apresenta retornos excessivos também para o mercado acionário brasileiro. Os trabalhos empíricos mostram que a rentabilidade acumulada varia de acordo com os desvios (*thresholds*) necessários para acionar as transações. Em geral, quando o desvio necessário para acionar as transações é menor, a lucratividade aumenta. Porém, a frequência das transações é maior, gerando custos de transação.

3 Metodologia

A metodologia empregada é a do modelo de correção de erros com vários regimes descrito em Tsay (2010). A ideia do modelo de correção de erros reside no fato de que trabalhamos com ativos que apesar de se comportarem como passeios aleatórios, guardam uma relação de equilíbrio de longo prazo. A construção do modelo em vários regimes permite a arbitragem estatística, de modo que existem valores críticos (*thresholds*) que, quando superados pelos desvios do equilíbrio de longo prazo entre as séries de preços, funcionam como gatilho para a estratégia de pairs trading. Como *benchmark*, vamos comparar os retornos da estratégia através do modelo de correção de erros com uma especificação tradicional de mínimos quadrados para a determinação do *spread*, onde as operações são acionadas quando o valor do *spread* supera o seu próprio desvio padrão histórico, levando em conta os custos de transação.

3.1 Dados e estratégia de identificação dos pares

Os dados são as séries diárias de preços de fechamento de 316 ativos da BM&FBovespa, de 2 de janeiro de 2005 a 30 de agosto de 2011. A estratégia requer ativos de liquidez relativamente alta, portanto descartamos ativos com mais de 10% do período sem negociações, assim o número de ativos é reduzido a 84. Portanto, em cada janela temos $\binom{84}{2} = 3486$ possibilidades de pares. Aplicamos o teste de cointegração de Engle-Granger nesses pares com as primeiras 250 observações [2] e descartamos os pares que não apresentaram uma relação estatística de cointegração, com um intervalo de confiança de 99,9%. A carteira em cada janela de *trading* será composta dos 5 pares de ativos que cointegram com maior razão de Sharpe.

A estratégia é construída através de janelas de estimação e *trading*. A cada 250 dias os parâmetros dos pares (razão de *hedge* β, e consequentemente o *spread*) são recalculados. Esses parâmetros são usados na regra de *trading* para os próximos 250 dias, e assim sucessivamente até o fim da amostra.

Sejam dois pares de ativos com preços expressos em logaritmos p_t^A e p_t^B. Sendo que as séries de preços se comportam como um passeio aleatório, podemos expressar uma série de retornos $r_t = \Delta p = p_t - p_{t-1}$ que se comportará como um ruído branco. A hipótese de usar pares de ativos que têm em comum um equilíbrio de longo prazo têm como análogo na econometria a hipótese de que existe uma relação de cointegração entre as séries de preços, ou seja, uma combinação linear estacionária $z_t = p_t^A - \beta p_t^B$.

A série z_t é, portanto, o *spread*, e o coeficiente β a taxa de *hedge* entre os ativos, no sentido de que o agente investe 1 unidade de capital na ação A e assume posição vendida ou comprada investindo β unidades de capital na ação B. Dessa maneira, com o Teorema da Representação de Engle e Granger (1987), podemos expressar os retornos na forma de correção de erros:

$$r_t = \alpha(z_{t-1} - E(z_t)) + a_t \tag{1}$$

[2] Essa escolha tem o objetivo de simular o conjunto de informações que o investidor dispõe no início da simulação. Essas observações representam dados de 2 de janeiro a 15 de dezembro de 2005.

3.2 Modelo de mínimos quadrados

Este modelo é construído para fins de comparação com o modelo principal de correção de erros. Uma regressão linear simples é uma especificação comum para a determinação da série de *spreads* z_t. Porém, como Teetor (2011) argumenta, o problema com os estimadores de mínimos quadrados ordinários (OLS) neste caso está no pressuposto de que a variância é determinada exclusivamente pela variável dependente. Portanto, usaremos o estimador de mínimos quadrados totais (TLS), que leva em consideração a distância ortogonal à reta de regressão para a determinação do coeficiente β e consequentemente dos resíduos. O estimador de TLS é encontrado através da técnica de análise de componentes principais (PCA).

3.3 Modelo de correção de erros com thresholds

O modelo de correção de erros multivariado com vários regimes, como exposto em Tsay (2010):

$$\mathbf{r}_t = \begin{cases} \mathbf{c}_1 + \sum_{i=1}^{p} \mathbf{\Phi}_j^{(1)} \mathbf{r}_{t-j} + \boldsymbol{\beta}_1 z_{t-1} + \boldsymbol{a}_t^{(1)}, & se\, z_{t-1} \leq \gamma_1, \\ \mathbf{c}_2 + \sum_{i=1}^{p} \mathbf{\Phi}_j^{(2)} \mathbf{r}_{t-j} + \boldsymbol{\beta}_2 z_{t-1} + \boldsymbol{a}_t^{(2)}, & se\, \gamma_1 < z_{t-1} \leq \gamma_2, \\ \mathbf{c}_3 + \sum_{i=1}^{p} \mathbf{\Phi}_j^{(3)} \mathbf{r}_{t-j} + \boldsymbol{\beta}_3 z_{t-1} + \boldsymbol{a}_t^{(3)}, & se\, \gamma_2 < z_{t-1}. \end{cases} \tag{2}$$

Onde $\mathbf{r}_t = (r^A, r^B)'$ é o vetor de retornos dos ativos, $\mathbf{c}$ é um vetor de constantes, $\mathbf{\Phi}_j^{(1)}$ é a matriz de coeficientes autorregressivos de j-ésima ordem dos retornos para o primeiro regime, r_{t-j} é o vetor de retornos em $t-j$, $\boldsymbol{\beta}_1$ é o vetor de coeficientes de correção de erro para o primeiro regime (que representa a velocidade com que o equilíbrio é restabelecido) e z_{t-1} a nossa sequência de *spreads* (o termo de correção de erro do modelo), e $\boldsymbol{a}_t^{(1)}$ um vetor de ruídos brancos.

Por fim, temos γ_1 e γ_2, os nossos valores limiares (*thresholds*). A ideia fundamental é de que no regime (2) os desvios do equilíbrio de longo prazo não superam os valores limiares, portanto não há oportunidades de arbitragem, corroborando a hipótese de cointegração com *thresholds* de Balke e Fomby (1997). A obtenção simultânea dos *thresholds* e do vetor de cointegração se dá através do método de *grid search* (ou busca em grade) proposto por Balke e Fomby (1997), Lo e Zivot (2001), que busca os *thresholds* que minimizam o traço da matriz de covariâncias dos resíduos de uma autorregressão com os dados ordenados pelo termo de correção de erros. Outra restrição imposta ao algoritmo é que quaisquer regimes possuam pelo menos 10% das observações da amostra, logo os *thresholds* selecionados devem satisfazer esta restrição. Condicionados a estes valores, os parâmetros do modelo TVEC são estimados através do método de mínimos quadrados ordinários.

3.4 Retornos e custos de transação

A rentabilidade diária, continuamente composta do par de ativos A e B é calculada conforme a fórmula:

$$\sum_{t=1}^{T} r_t^A s_t^A + r_t^B s_t^B + p \cdot \ln \frac{1-c}{1+c} \tag{3}$$

Onde r_t são os retornos diários dos ativos A e B, c é um custo de transação associado ao número de operações realizadas p. A variável s_t sinaliza as posições de cada ativo no instante t. Por exemplo, se no instante t o ativo A está em posição comprada e o ativo B em posição vendida, então $s_t^A = 1$ e $s_t^B = -1$. Quando as posições são desfeitas, $s_t^A = s_t^B = 0$.

A rentabilidade acumulada e anualizada de cada par é dada da seguinte maneira:

$$R_a = 252 \cdot \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} R_t \tag{4}$$

Cada par tem igual peso na carteira simulada, portanto a rentabilidade média é a média aritmética das rentabilidades de cada par. Para comparação da rentabilidade, vamos compor uma carteira com os mesmos ativos estudados mas seguindo uma estratégia de *buy and hold*, além dos retornos do índice Ibovespa e de um investimento de renda fixa.

Os custos de transação podem ser decisivos para determinar a rentabilidde da estratégia. Ao mesmo tempo, existe uma dificuldade em estimá-los devido ao seus vários componentes (corretagem, custos de aluguel, *bid-ask spread*). Pontuschka e Perlin (2015, p. 200) apontam que uma taxa de 0,2% por transação é um valor adequado para o cenário brasileiro.

4 Resultados

A figura **??** mostra a mecânica de pairs trading no modelo de mínimos quadrados totais. Quando o *spread* ultrapassa um valor arbitrário (neste caso, $\pm 1.5\sigma$), uma operação *long-short* é realizada, e desfeita apenas quando acontece a reversão à média.

5 Conclusões

Referências

BALKE, N. S.; FOMBY, T. B. Threshold Cointegration. *International Economic Review*, v. 38, n. 3, p. 627–645, 1997. ISSN 00206598. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2527284>. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 6.

CALDEIRA, J. F. Long-Short Pairs Trading , Abordagem com Cointegração Aplicada ao Mercado de Ações Brasileiro. *EconomiA*, v. 14, n. mai./ago., p. 521–546, 2013. Citado na página 4.

ELLIOTT, R. J.; Van Der Hoek, J.; MALCOLM, W. P. *Pairs trading*. 2005. 271–276 p. Citado na página 3.

ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, v. 55, n. 2, p. 251–76, 1987. ISSN 0012-9682. Disponível em: <http://ideas.repec.org/a/ecm/emetrp/v55y1987i2p251-76.html>. Citado na página 5.

GATEV, E.; GOETZMANN, W. N.; ROUWENHORST, K. Pairs Trading : Performance of a Relative Value Arbitrage Rule. *Finance and Economics*, n. 08, 2006. Citado na página 3.

LIN, Y. X.; MCCRAE, M.; GULATI, C. Loss protection in pairs trading through minimum profit bounds: A cointegration approach. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, v. 2006, n. May, p. 1–14, 2006. ISSN 11739126. Citado na página 3.

LO, M.; ZIVOT, E. Threshold cointegration and nonlinear adjustment to the law of one price. *Macroeconomic Dynamics*, v. 5, n. 4, p. 533–576, 2001. ISSN 1365-1005. Citado na página 6.

PERLIN, M. S. Evaluation of pairs-trading strategy at the Brazilian financial market. *Journal of Derivatives and Hedge Funds*, v. 15, n. 2, p. 122–136, 2009. ISSN 1753-9641. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 4.

PONTUSCHKA, M.; PERLIN, M. A estratégia de pares no mercado acionário brasileiro : o impacto da frequência de dados. *Revista de Administração Mackenzie*, v. 16, n. 2, p. 188–213, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 7.

TEETOR, P. *Better Hedge Ratios for Spread Trading*. 2011. 11 p. Disponível em: <http://quanttrader.info/public/betterHedgeRatios.pdf>. Citado na página 6.

TSAY, R. *Analysis of Financial Time Series*. 3. ed. [S.l.]: Wiley and sons, 2010. 677 p. ISBN 978-0-470-41435-4. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 6.

VIDYAMURTHY, G. *Pairs Trading: Quantitative Methods and Analysis*. [S.l.]: Wiley, 2004. 210 p. ISBN 0-471-46067-2. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.